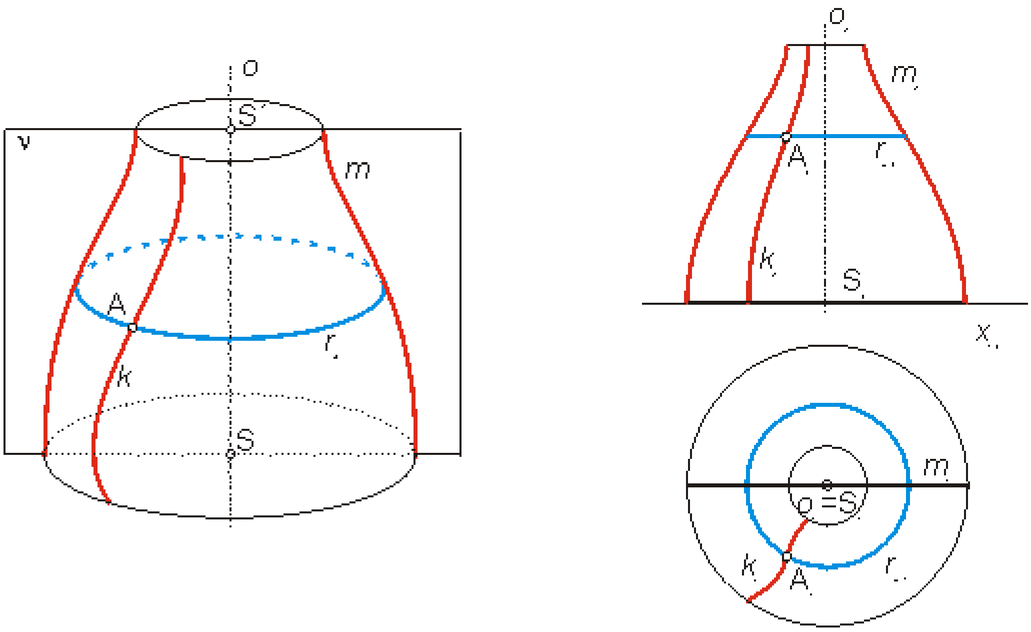
Rotační plochy

Rotační plocha vzniká rotací *křivky* *k* kolem přímky *o* a předpokládáme, že křivka *k* nesplývá s přímkou *o* a neleží v rovině kolmé na přímku *o* (obr. RO1).

Křivku *k* nazýváme **tvořící křivkou** rotační plochy, přímku *o* **osou rotační plochy**.



obr. RO1

Rovnoběžková kružnice (rovnoběžka) r_A je kružnice, která vznikne rotací libovolného bodu *A* tvořící křivky kolem osy *o*.

Meridián nazýváme řez rotační plochy rovinou, procházející osou rotační plochy; **hlavní meridián** *m* je meridián ležící v rovině rovnoběžné s průmětnou.

Tečná rovina rotační plochy je obvykle určena buď tečnou meridiánu (t_m) a tečnou rovnoběžkové kružnice (t_r) nebo tečnou tvořící křivky (t_k) a tečnou rovnoběžkové kružnice (t_r).

Normála rotační plochy je kolmice na tečnou rovinu v bodě dotyku.

Vlastnosti rotačních ploch

- Rotační plocha je souměrná podle své osy a podle roviny každého meridiánu.
- **Tečná rovina** rotační plochy je kolmá k rovině meridiánu procházející dotykovým bodem.
- Tečné roviny rotační plochy v bodech téže rovnoběžkové kružnice obalují buď rotační kuželovou plochu, nebo rotační válcovou plochu nebo rovinu.

- Tečny meridiánu v bodech téže rovnoběžkové kružnice tvoří buď rotační kuželovou plochu, nebo rotační válcovou plochu nebo rovinu.
- **Normála** rotační plochy protíná osu nebo je s ní rovnoběžná.
- Normály rotační plochy v bodech téže rovnoběžkové kružnice tvoří buď rotační kuželovou plochu, nebo rotační válcovou plochu nebo rovinu.

Rovnoběžková kružnice se nazývá:

hrdlo, jestliže tečny podél této rovnoběžky tvoří rotační válcovou plochu a poloměr je lokálním minimem, (tj. ze všech okolních rovnoběžek je nejmenší),

rovník, jestliže tečny podél této rovnoběžky tvoří rotační válcovou plochu a poloměr je lokálním maximem, (tj. ze všech okolních rovnoběžek je největší),

kráter, jestliže tečny podél této rovnoběžky tvoří rovinu.

Příklad

Rotační plocha je dána osou o a tvořící křivkou k. Sestrojte *tečnou rovinu* v bodě $M \in k$

Řešení:

1. Sestrojíme nárys a půdorys *rovnoběžkové kružnice* r procházející bodem M.
2. Sestrojíme v bodě M tečnu t k rovnoběžkové kružnici.
3. Sestrojíme v bodě M tečnu t' ke křivce k.
4. Tečná rovina τ je určena tečnami t a t'.

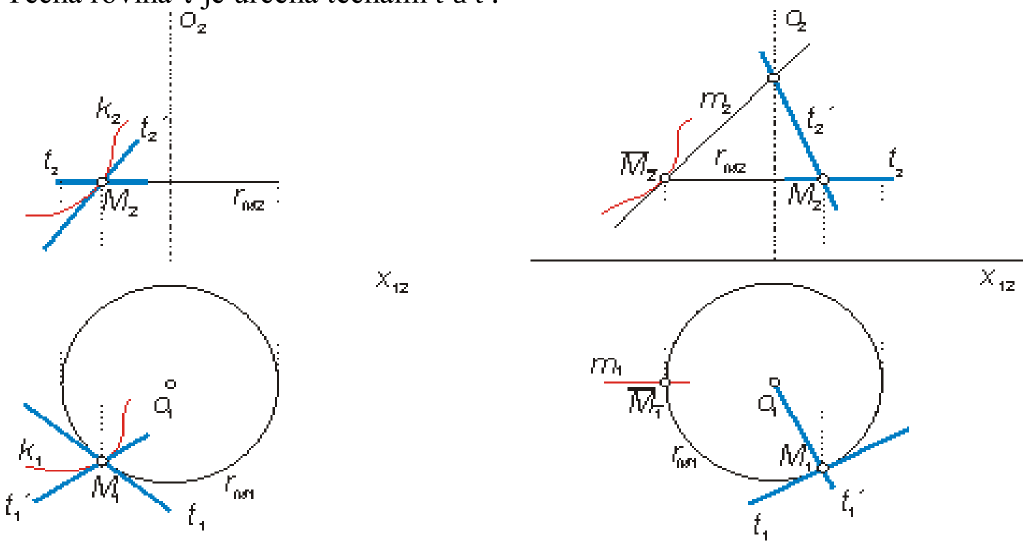
Příklad

Rotační plocha je dána osou o a meridiánem m. Sestrojte tečnou rovinu v bodě $M \in k$, je-li dáno M_2

Řešení:

1. Sestrojíme nárys a půdorys *rovnoběžkové kružnice* r procházející bodem M a odvodíme půdorys bodu M.
2. Sestrojíme v bodě M tečnu t k rovnoběžkové kružnici.
3. Na hlavním meridiánu určíme bod $\overline{M}$ ležící na stejné rovnoběžkové kružnici jako bod M.
4. Sestrojíme v bodě $\overline{M}$ tečnu t_M k meridiánu.
5. Použitím vlastnosti, že tečny meridiánu v bodech téže rovnoběžkové kružnice se protínají na ose, sestrojíme tečnu t' meridiánu v bodě M.

6. Tečná rovina τ je určena tečnami *t* a *t*′.



a) b)

obr. RO2

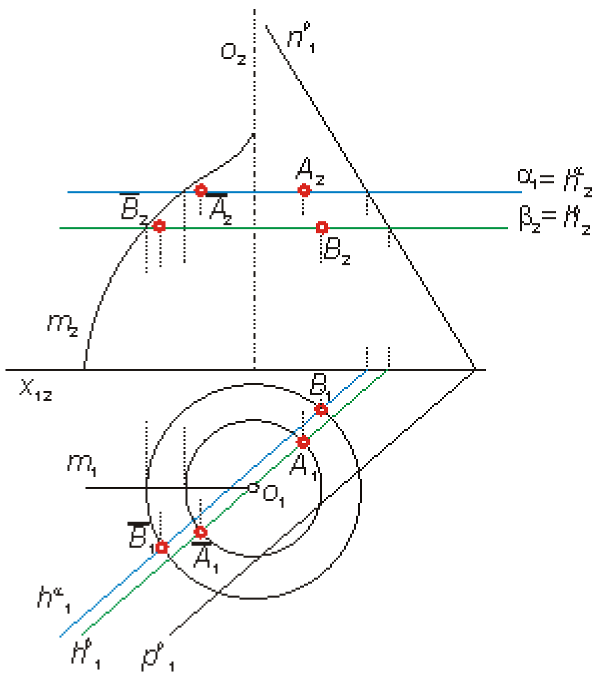
Příklad

Rotační plocha je dána osou *o* a meridiánem *m*. Sestrojte průnik roviny ρ s touto plochou.

Řešení:

Na obr. RO3 jsou sestrojeny čtyři body průniku roviny ρ s touto plochou. Body *A*, $\bar{A}$ jsme sestrojili v pomocné rovině α,

(α je kolmá k *o*), body *B*, $\bar{B}$ v pomocné rovině β, (β je kolmá k *o*).



obr. RO3

Klasifikace rotačních ploch

Rozdělení rotačních ploch (podle tvořící křivky):

Plocha	Tvořící křivka	Rotační plocha
Přímková	Přímka $p \parallel o$	Válcová
	Přímka *p různoběžná s o*	Kuželová
	Přímka *p mimoběžná s o*	Jednodílný rotační hyperboloid
Cyklická	Kružnice $k \in \beta$, $o \in \beta$	Anuloid
	Kružnice $k \in \beta$, *o neleží v* β	Globoid
	Kružnice $k \in \beta$, $o \in \beta$ a $S \in o$	Kulová plocha
Rotační kvadrika	Elipsa	Rotační elipsoid
	Parabola	Rotační paraboloid
	Hyperbola (rotace okolo vedlejší osy)	Jednodílný rotační hyperboloid
	Hyperbola (rotace okolo hlavní osy)	Dvojdílný rotační hyperboloid
Obecná		

Obrys

Skutečným obrysem rotační plochy při pravoúhlém promítání na rovinu rovnoběžnou s osou je meridián plochy.

Při pravoúhlém promítání na rovinu kolmou k ose jsou skutečným obrysem hrdelní a rovníkové kružnice plochy.

Zdánlivým obrysem rotační plochy při pravoúhlém promítání je průmět skutečného obrysu.

Rotační kvadriky

Klasifikace

- singulární (vzniknou rotací singulární kuželosečky)

1. rotační válcová plocha $x^2/a^2 + y^2/a^2 = 1$
2. rotační kuželová plocha $x^2/a^2 + y^2/a^2 - z^2/c^2 = 0$

- regulární (vzniknou rotací regulární kuželosečky okolo její osy)

1. kulová plocha $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$
2. elipsoid $x^2/a^2 + y^2/a^2 + z^2/c^2 = 1$
3. paraboloid $x^2/2p + y^2/2q \pm z = 0$
4. hyperboloid

   jednodílný $x^2/a^2 + y^2/a^2 - z^2/c^2 = 1$

   dvojdílný $-x^2/a^2-y^2/a^2 + z^2/c^2 = 1$

Řez

Řezem rotační kvadriky je kuželosečka.

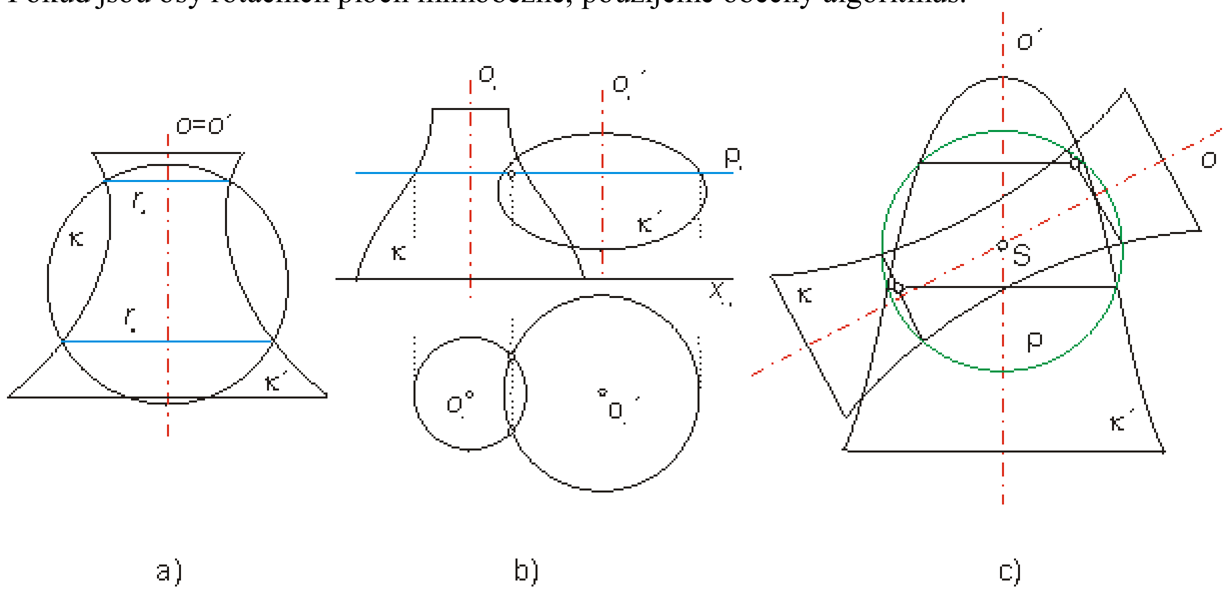
Konstrukce řezu:

- najít 5 prvků (5 bodů, 3 body a 2 tečny ve dvou z nich apod.) a použít Pascalovu větu,
- nebo v konkrétních případech najít určující prvky řezu (např. hlavní osy elipsy, resp. jejich rovnoběžné průměty, tj. sdružené průměry).

Průniky rotačních ploch

Použijeme algoritmus pro průnik ploch, pouze použijeme speciální typ plochyρ pro jednotlivé vzájemné polohy (obr. RO4).

a. Pokud osy rotačních ploch splývají, jsou průnikovými křivkami společné rovnoběžkové kružnice.
b. Pokud jsou osy rotačních ploch rovnoběžné, volíme jako plochu ρ rovinu kolmou na osy.
c. Pokud jsou osy rotačních ploch různoběžné, volíme jako plochu ρ kulovou plochu se středem v průsečíku os.
d. Pokud jsou osy rotačních ploch mimoběžné, použijeme obecný algoritmus.



obr. RO4

Průnikem rotačních kvadrik je křivka 4. stupně.

Průnik dvou rotačních kvadrik se rozpadne na dvě kuželosečky právě tehdy, když existuje kulová plocha současně vepsaná oběma kvadrikám.